

# 理系数学

場合の数・確率

【山口大】

7つの文字 A, A, A, D, I, M, Y すべてを1列に並べてできる文字列について, 次の問いに答えよ。

- (1) 文字列は全部で何通りあるか求めよ。
- (2) A と D が隣り合う文字列は全部で何通りあるか求めよ。
- (3) 2つ以上の A が隣り合う文字列は全部で何通りあるか求めよ。
- (4) 全部の文字列をアルファベット順の辞書式に並べるとき, 文字列 YAMADAI は何番目の文字列か求めよ。

【立命館大】

赤玉，白玉，青玉，黄玉がそれぞれ2個ずつ，合計8個ある。このとき，次のように並べる方法を求めよ。ただし，同じ色の玉は区別がつかないものとする。

- (1) 8個の玉から4個取り出して直線上に並べる方法は  通りである。
- (2) 8個の玉から4個取り出して円周上に並べる方法は  通りである。

【広島工大】

$x$ ,  $y$ ,  $z$  を正の整数とする。

- (1)  $x + y + z = 4$  を満たす正の整数の組  $(x, y, z)$  は何通りあるか。
- (2)  $4 \leq x + y + z \leq 5$  を満たす正の整数の組  $(x, y, z)$  は何通りあるか。
- (3)  $n \leq x + y + z \leq n + 2$  を満たす正の整数の組  $(x, y, z)$  が 109 通りであるとき、正の整数  $n$  の値を求めよ。

【佐賀大】

ある病原菌の検査試薬は、その病原菌に感染している個体に対し誤って陰性反応を示す確率が  $\frac{3}{100}$  であり、感染していない個体に対し誤って陽性反応を示す確率が  $\frac{1}{100}$  である。ある集団にこの試薬で病原菌の検査を行い、全体の **4%** が陽性反応を示したとき、次の問いに答えよ。

- (1) 病原菌に感染している個体が陽性反応を示す確率を求めよ。
- (2) この集団から1つの個体を取り出すとき、その個体が病原菌に感染している確率を求めよ。
- (3) この集団の中で陽性反応を示した個体が、実際は病原菌に感染していない確率を求めよ。

【福岡大】

箱の中にネジが入っている。そのうち 70% は工場 A で、30% は工場 B でつくられたネジである。工場 A で作られたネジには 2% の不良品があり、工場 B で作られたネジには 1% の不良品があることがわかっている。箱からネジを 1 本取り出すとき、それが不良品である確率は  $\text{ア}$   である。また、取り出したネジが不良品であるとき、それが工場 A で作られたものである確率は  $\text{イ}$   である。

【奈良女子大】

1 辺の長さが 1 の正六角形  $ABCDEF$  の頂点から異なる 3 点を選び、これらを頂点とする三角形を作る。

- (1) 作られる三角形が正三角形となる確率を求めよ。
- (2) 作られる三角形の面積の期待値を求めよ。

【福井大】

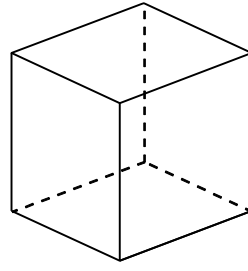
白玉 1 個，赤玉 4 個が入っている袋がある。この袋から玉を 2 個取り出し，取り出された赤玉 1 個について賞金 100 円を受け取るゲームがある。このゲームの玉の取り出し方は，2 枚の硬貨を投げた結果によって以下のように定める。

- ・ 2 枚とも表のとき：まず袋から玉を 1 個取り出す。次に取り出した玉と同じ色の別の玉を 1 個袋に入れてよくかき混ぜた後，袋から 2 個目の玉を取り出す。
- ・ 1 枚は表，1 枚は裏のとき：袋から玉を同時に 2 個取り出す。
- ・ 2 枚とも裏のとき：まず袋から玉を 1 個取り出す。次に取り出した玉の代わりに別の白玉を 1 個袋に入れてよくかき混ぜた後，袋から 2 個目の玉を取り出す。

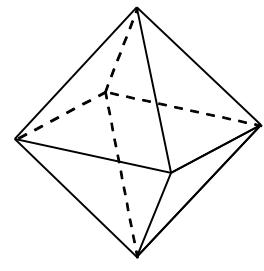
- (1) 受け取る賞金が 0 円である確率を求めよ。
- (2) 受け取る賞金が 200 円であったとき，2 枚の硬貨を投げた結果が「2 枚とも表」であった確率を求めよ。
- (3) このゲームの参加料が 150 円であるとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。期待値を用いて答えよ。

【滋賀大】

正多面体の各面を、隣り合う面(1つの辺を共有する2つの面)が同じ色にならないように塗り分ける。ただし、正多面体を回転させて一致する塗り分け方は同じ塗り分け方とする。このとき、次の問いに答えよ。



立方体



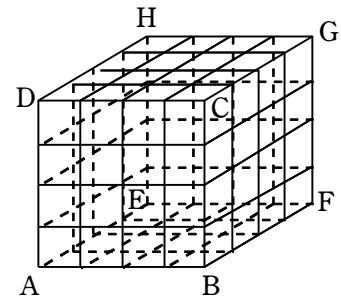
正八面体

- (1) 異なる3色すべてを使った立方体の塗り分け方は何通りあるか。
- (2) 異なる4色すべてを使った立方体の塗り分け方は何通りあるか。
- (3) 異なる6色すべてを使った立方体の塗り分け方は何通りあるか。
- (4) 異なる8色すべてを使った正八面体の塗り分け方は何通りあるか。

【徳島大】

立方体  $ABCD-EFGH$  のすべての面に，辺も含めて縦横5本の線分を等間隔に引き，格子状の道を作る。これらの道を通して，立方体の表面を点  $A$  から点  $G$  へ行く最短の道筋について，次の問いに答えよ。

- (1) 点  $C$  を通る道筋は何通りか。
- (2) 辺  $BC$  上の少なくとも1点を通る道筋は何通りか。
- (3) 2辺  $BC$ ， $CD$  上の少なくとも1点を通る道筋は何通りか。
- (4) すべての道筋は何通りか。



【千葉大】

$n$  人 ( $n \geq 3$ ) でじゃんけんを 1 回行うとき、次の問いに答えよ。

- (1) 1 人だけが勝つ確率を求めよ。
- (2) あいこになる確率を求めよ。
- (3) 勝つ人数の期待値を求めよ。

ここで「あいこ」とは 1 種類または 3 種類の手が出る場合であり、勝つ人数が 0 の場合である。

【早稲田大】

1 から  $n$  までの異なる自然数が 1 つずつ書かれた  $n$  枚のカードが 1 列に並んでいる。このとき、どのカードも現在とは異なる位置に移動するように並べかえてできる順列の総数を  $a_n$  で表し、並べ方の総数  $n!$  に占める  $a_n$  の割合を  $p_n$  で表す。例えば、 $a_1=0$ ,

$p_1=0$ ,  $a_2=1$ ,  $p_2=\frac{1}{2}$ ,  $a_3=2$ ,  $p_3=\frac{1}{3}$  である。

- (1)  $a_4$  の値を求めよ。
- (2)  $n \geq 3$  のとき、 $a_n$  を  $a_{n-1}$  と  $a_{n-2}$  を用いて表せ。
- (3)  $n \geq 2$  のとき、 $p_n - p_{n-1}$  を  $n$  を用いて表せ。

【東京大】

座標平面上で  $x$  座標と  $y$  座標がいずれも整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点  $P$  を考える。

(a) 最初に、点  $P$  は原点  $O$  にある。

(b) ある時刻で点  $P$  が格子点  $(m, n)$  にあるとき、その 1 秒後の点  $P$  の位置は、隣接する格子点  $(m+1, n)$ 、 $(m, n+1)$ 、 $(m-1, n)$ 、 $(m, n-1)$  のいずれかであり、また、これらの点に移動する確率は、それぞれ  $\frac{1}{4}$  である。

(1) 点  $P$  が、最初から 6 秒後に直線  $y=x$  上にある確率を求めよ。

(2) 点  $P$  が、最初から 6 秒後に原点  $O$  にある確率を求めよ。

【京都大】

赤玉，白玉，青玉，黄玉が1個ずつ入った袋がある。よくかきまぜた後に袋から玉を1個取り出し，その玉の色を記録してから袋に戻す。この試行を繰り返すとき， $n$ 回目の試行で初めて赤玉が取り出されて4種類全ての色が記録済みとなる確率を求めよ。ただし $n$ は4以上の整数とする。

【東北大】

白玉 3 個，赤玉 2 個の合計 5 個の玉が入った箱と硬貨がある。箱から無作為に玉を 1 個取り出し，硬貨を投げて表が出たら，その玉を手元に残し，裏が出たら箱に戻す試行を行う。試行後にはこの中の玉がなくなったら試行は停止する。

また，最初手元には玉はないものとする。

- (1) 2 回の試行の結果，手元に白玉が 2 個ある確率を求めよ。
- (2) 3 回の試行の結果，手元の玉が白玉が 1 個，赤玉 1 個の計 2 個となる確率を求めよ。
- (3)  $n$  を 5 以上の整数とし，ちょうど  $n$  回目で試行が停止する確率  $p_n$  を求めよ。
- (4) (3) の確率  $p_n$  が最大となる  $n$  を求めよ。