理系数学

図形と式

【東京薬大・摂南大】

(1)　3直線 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$，　$y=-x+4$，　$y=ax$ が三角形を作らないとき，定数 a の値は全部で $^{ア}\boxed{}$ 個あり，そのうち絶対値が最も小さいものは $^{イ}\boxed{}$ である。

(2)　座標平面上の3本の直線 $y=\frac{x}{2}$，　$y=-x+6$，　$y=4x+21$ で囲まれてできる三角形の面積は $\frac{^{ア}\boxed{}}{^{イ}\boxed{}}$ である。

【金沢工大・岩手大】

(1)　座標平面上に2点 A$(-1,\ 0)$，B$(3,\ 4)$ がある。点 P が直線 $y=x$ 上を動くとき，線分 AP と線分 PB の長さの和 AP+PB の最小値は $\sqrt{^{ア}\boxed{}}$ であり，そのときの点 P の座標は $\left(\dfrac{^{イ}\boxed{}}{^{ウ}\boxed{}},\ \dfrac{^{エ}\boxed{}}{^{オ}\boxed{}}\right)$ である。

(2)　直線 ℓ：$x-y+1=0$ に関して，直線 m：$x+2y-4=0$ と対称な直線の方程式を求めよ。

【福岡大】

曲線 $y=x^2-1$ 上を動く点 P と，直線 $y=x-3$ 上を動く点 Q との距離が最小となるときの点 Q の座標と，このときの距離を求めよ。

【東京理科大】

座標平面上に円 C : $x^2+y^2=2$ および点 A(2, 1) がある。

(1)　点 A を通り，円 C に接する直線の方程式を求めよ。

(2)　点 A を通る直線が円 C と異なる 2 点 P と Q で交わり，PQ の長さが 2 であるとき，直線の方程式を求めよ。

【愛知教育大】

2 つの円 $C_1:(x-1)^2+(y-1)^2=1$， $C_2:(x-5)^2+(y-3)^2=1$ の共通接線の方程式をすべて求めよ。

【島根大】

$a \fallingdotseq 1$ とする。円 C_1 : $x^2+y^2-4ax-2ay=5-10a$ ，円 C_2 : $x^2+y^2=10$ ，
円 C_3 : $x^2+y^2-8x-6y=-10$ について，次の問いに答えよ。

(1) 円 C_1 が原点を通るとき，円 C_1 の中心と半径を求めよ。

(2) 定数 a の値にかかわらず円 C_1 は定点 A を通る。この定点 A の座標を求めよ。

(3) 円 C_2 と円 C_3 の 2 つの交点と原点を通る円の中心と半径を求めよ。

【日本女子大】

座標平面において，以下の方程式で表される 2 つの円 C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるとし， x 座標が正である交点を P とする。ただし， a を正の定数とする。

$$C_1 : x^2+y^2=1\text{ ，}\quad C_2 : x^2+(y-a)^2=\frac{a^2}{4}$$

(1)　a がとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　点 P の座標を $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ とおく。また円 C_1 上の P における C_1 の接線を ℓ_1，円 C_2 上の P における C_2 の接線を ℓ_2 とする。 ℓ_1 と ℓ_2 をそれぞれ θ と a を用いた方程式で表せ。

(3)　(2) の ℓ_1 と ℓ_2 が直行するとき， a の値を求めよ。

【法政大】

3 点 A$(-2,\ 0)$， B$(2,\ 0)$， C$(0,\ 1)$ に対し， 2 点 P$(0,\ p)$， Q$(0,\ q)$ を， $0<p<q$ かつ線分 PQ の中点が C となるようにとる。更に，直線 AP と直線 BQ の交点を R とおく。

(1)　R の座標を p で表せ。

(2)　R の軌跡を図示せよ。

【東京都立大】

C を座標平面上の円 $x^2+y^2=1$ とする。

(1)　点 $(a,\ b)$ を中心とし，C に外接する円の半径を a，b の式で表せ。

(2)　C に外接し，直線 $y=3$ に接する円の中心の軌跡の方程式を求めよ。

(3)　(2) で求めた軌跡の方程式を $y=f(x)$ とする。点 $(x,\ y)$ が不等式 $y \leqq f(x)$ の表す座標平面上の領域を動くとき，$x+2y$ の最大値とそのときの x，y の値を求めよ。

【旭川医大】

a は定数で $a>1$ とし，点 $(a,\ 0)$ を通る傾き m の直線と円 $x^2+y^2=1$ が異なる 2 点 A，B で交わる。

(1)　m の値の範囲を求めよ。

(2)　(1) で求めた範囲を m が動くとき，線分 AB の中点の軌跡を求めよ。

【香川大】

連立不等式$\begin{cases} y \geqq |2x+1| \\ 2x-3y+9 \geqq 0 \end{cases}$の表す領域を$D$とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　領域Dを図示せよ。

(2)　点$(x,\ y)$が領域D内を動くとき，x^2-4x+y^2の最大値Mと最小値mを求めよ。
また，M，mを与えるD内の点の座標を求めよ。

【上智大】

野菜 A には 1 個あたり栄養素 x_1 が 8g，栄養素 x_2 が 4g，栄養素 x_3 が 2g 含まれ，野菜 B には 1 個あたり栄養素 x_1 が 4g，栄養素 x_2 が 6g，栄養素 x_3 が 6g 含まれている。これら 2 種類の野菜をそれぞれ何個かずつ選んで野菜ジュースを作る。選んだ野菜は丸ごとすべて用い，栄養素 x_1 を 42g 以上，栄養素 x_2 を 48g 以上，栄養素 x_3 を 30g 以上含まれるようにしたい。野菜 A の個数と野菜 B の個数の和をなるべく小さくしてジュースをつくるとき，野菜 A の個数 a と野菜 B の個数 b の組 $(a,\ b)$ は

$(a,\ b)=($ア$\boxed{}$, イ$\boxed{})$，$($ウ$\boxed{}$, エ$\boxed{})$

である。ただし ア$\boxed{} <$ ウ$\boxed{}$ とする。

【早稲田大】

a は定数で， $a>1$ とする。座標平面において，円 C : $x^2+y^2=1$ ，直線 ℓ : $x=a$ とする。 ℓ 上の点 P を通り円 C に接する 2 本の接線の接点をそれぞれ A， B とするとき，直線 AB は，点 P によらず，ある定点を通ることを示し，その定点の座標を求めよ。

【滋賀大】

k を正の定数とする。円 C : $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ と共有点をもたない直線 ℓ : $y=-\dfrac{1}{2}x+k$ について，次の問いに答えよ。

(1)　k のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　ℓ 上の 2 点 A， B の座標をそれぞれ $(2,\ k-1)$， $(2k-2,\ 1)$ とする。点 P が C 上を動くとき， △PAB の重心 Q の軌跡を求めよ。

(3)　(2) で求めた Q の軌跡と C がただ 1 つの共有点をもつとき， k の値を求めよ。

【香川大】

実数 m に対し，2 直線

$\ell_1 : mx+y=m+1$ ，$\ell_2 : x-my=2m-3$

を考える。

(1) ℓ_1 と ℓ_2 は垂直であることを示せ。

(2) 直線 ℓ_1 は m の値によらないある 1 点を必ず通る。その点の座標を求めよ。

(3) m が正の実数全体を動くときの ℓ_1 と ℓ_2 の交点の軌跡を求め，図示せよ。

【筑波大】

O を原点とする xy 平面において，直線 $y=1$ の $|x|\geqq 1$ を満たす部分を C とする。

(1)　C 上に点 $\mathrm{A}(t,\ 1)$ をとるとき，線分 OA の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(2)　点 A が C 全体を動くとき，線分 OA の垂直二等分線が通過する範囲を求め，それを図示せよ。