

物理

運動量の保存

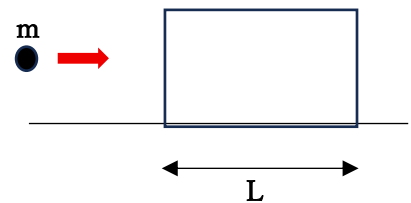
【大阪医大】

図のように、水平な床上に置かれた質量 M [kg]、長さ L [m] の木材に、質量 m [kg] の弾丸を水平に打ちこむ。弾丸は木材の中を水平に進んでいく。弾丸が木材から受ける抵抗力は、速度や場所によらず一定として次の空欄を埋めよ。ただし、木材と弾丸の運動は直線上に限られ、弾丸の大きさは無視できる。

木材を床に固定し、弾丸を速さ v [m/s] で打ちこむと、 $\frac{L}{3}$ の深さまで進入して止まった。

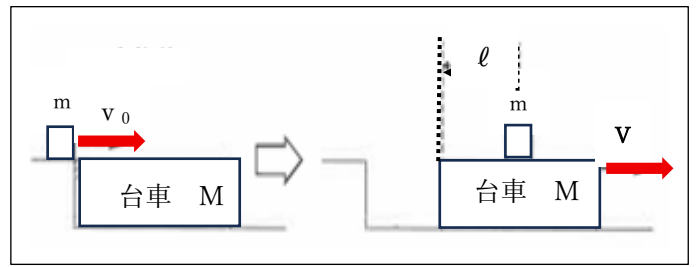
このとき、弾丸が木材から受けた力積の大きさは (ア) [N·s]、抵抗力の大きさは (イ) [N] である。よって、弾丸が木材に進入してから止まるまでの時間は、(ウ) [s] である。また、弾丸が木材を貫通するには、(エ) $\times v$ [m/s] 以上の速さで打ちこまなければならない。

木材を固定せず、床面が滑らかである時、弾丸の速さ (エ) $\times v$ で打ち込んでも木材を貫通しなかった。弾丸は (オ) $\times L$ [m] の深さまで侵入し、それ以降は木材と一緒に一定の速さ (カ) $\times v$ [m/s] で動いた。



【大分大】

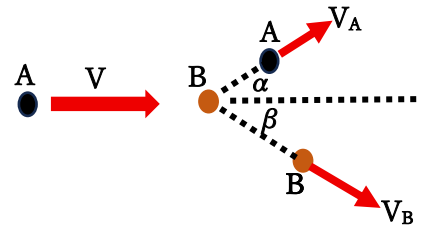
図のように、水平面を右向きに速度 v_0 で運動していた質量 m の小物体が上面が水平面と同じ高さの台車に乗り移ると、台車は右向きに動きだした。小物体は台車の上で ℓ だけすべり、その後は台車と一体となって水平面を右向きに速度 V で運動した。台車の質量は M で、台車と床の間には摩擦ははたらかず、小物体と台車の間の動摩擦係数は μ' である。また右向きを正、重力加速度の大きさを g とする。



- (1) 小物体が台車の上をすべっているときの小物体および台車の床に対する加速度をそれぞれ求めよ。
- (2) 速度 V を M , m , v_0 を用いて表せ。
- (3) 小物体が台車の上をすべっていた時間を g , μ' , V , M , m を用いて表せ。
- (4) 小物体が台車に乗ってからの小物体の速度と時間の関係、および台車の速度と時間の関係の概略図を同一グラフ上にかけ。ただし、小物体が台車に乗った瞬間の時刻を 0 、小物体が台車の上で停止した時刻を t とする。
- (5) 小物体が台車の上ですべる間に失われた全力学的エネルギー ΔE を M , m , v_0 を用いて表せ。
- (6) 小物体が台車の上をすべった距離 ℓ を g , μ' , M , m , v_0 を用いて表せ。

【名古屋工大】

なめらかな水平面上に、同質量 m [kg] の2個の小物体 A と B がある。図に示すように、静止している B に A を左側から速さ V [m/s] で衝突させたところ、衝突後の A の速度ベクトルは、大きさは V_A [m/s] で、衝突前の A の速度ベクトルとなす角は α [rad] であり、B の速度ベクトルは、大きさは V_B [m/s] で、衝突前の A の速度ベクトルとなす角は β [rad] であった。

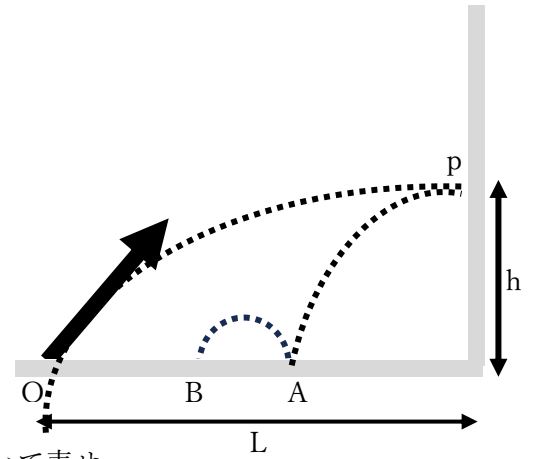


- (1) まず、衝突前の A の運動方向と平行な、運動量の成分について考えよう。衝突前と衝突後で、小物体 A と B の運動量成分の和が等しいことを表す式を書け。
- (2) 次に、衝突前の A の運動方向と垂直な、運動量の成分について考えよう。衝突前と衝突後で、小物体 A と B の運動量成分の和が等しいことを表す式を書け。
- (3) V_A と V_B をそれぞれ、 V 、 α 、 β を用いて表せ。
- (4) 特に、 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ であった場合、 ΔE [J] を求めよ。ただし、衝突前の小物体 A と B の力学的エネルギーの和

を E [J]、衝突後の小物体 A と B の力学的エネルギーの和を E' [J] としたとき $\Delta E = E' - E$ である。

【長崎大】

図に示すように、水平な床と、鉛直方向に置かれた壁がある。壁から距離 L 離れた床上の点 O から 45° をなす向きに、小球を大きさ v_0 の初速度で投げ上げた。小球は壁上の点 P (床からの高さ h) で、壁に対して垂直に衝突し、はね返った小球は床上の点 A に落ち、はね返って上昇し、床上の点 B に衝突した。小球の質量は m 、小球の床や壁との間の反発係数は e ($0 < e < 1$)、重力加速度の大きさは g である。なお、床と壁は、なめらかでかたいものとする。



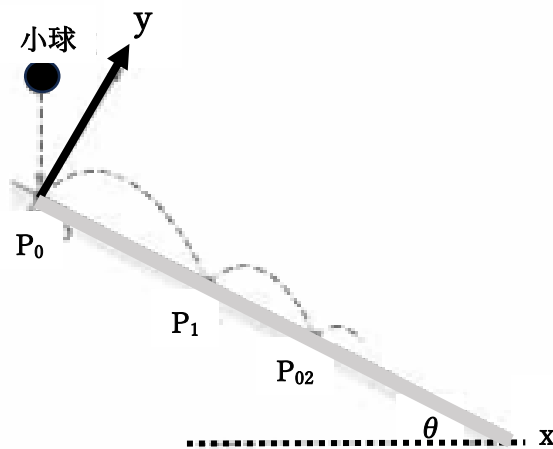
- (1) 床から点 P までの高さ h を、 v_0, m, g のうち、必要なものを用いて表せ。
- (2) 壁から点 O までの距離 L を、 v_0, m, g のうち、必要なものを用いて表せ。
- (3) 点 P における衝突前後で小球が失った力学的エネルギーの大きさ E を、 v_0, m, e, g のうち、必要なものを用いて表せ。
- (4) 点 O と点 B が一致するとき、 e の数値を求めよ。

【熊本大】

図のように、水平面に対して角度 θ [rad] ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) をなすなめらかな斜面に、上方から質量 m [kg] の大きさが無視できる小球を自由落下させた。小球は点 P_0 で斜面と衝突し、衝突する直前の速さを V [m/s] とする。その後、小球は点 $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ ($n \geq 2$) で斜面と衝突をくり返しながら下りていった。次の問いに答えよ。ただし、 P_0 を原点とし、斜面にそって下向きに x 軸、その垂直上向きに y 軸をとる。

また、小球と斜面との間の反発係数を e ($0 < e < 1$)、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。なお、図に示した各点間の小球の軌跡は模式的に示したものである。

- (1) 小球が P_0 で衝突した直後の速度の x 成分 u_0 [m/s] と y 成分 v_0 [m/s] を m, e, θ, V のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 小球が P_0 で衝突後、 P_1 に到達するまで飛行した時間 t_1 [s] を m, g, θ, v_0, u_0 のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 小球が P_1 で衝突した直後の速度の y 成分 v_1 [m/s] を $m, e, g, \theta, v_0, u_0$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 小球が P_{n-1} で衝突してから P_n に到達するまでの飛行時間 t_n [s] を m, e, g, θ, v_0, n のうち必要なものを用いて表せ。
- (5) 小球が P_0 で斜面と最初に衝突してから、 P_n に到達するまでの飛行時間の合計 T_n [s] を m, e, g, θ, V, n のうち必要なものを用いて表せ。
- (6) 小球は限りなく多くの衝突をくり返した後、弾むことなく斜面をすべり下り始めた。小球が P_0 で斜面と衝突してから、斜面をすべり下り始めるまでに要する合計の飛行時間 T [s] を m, e, g, V のうち必要なものを用いて表せ。

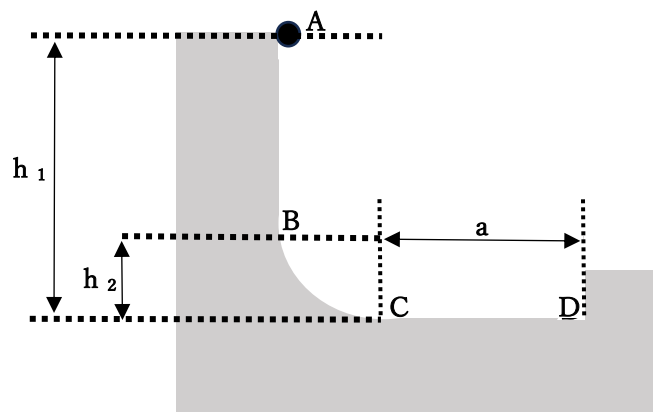


【京都府立大】

なめらかで水平な床の上に、図のような質量 M [kg] の台が静止している。台上の点 A~D は鉛直な同一平面内にあり、点 A から点 B にかけて鉛直、点 B から点 C にかけてなめらかな曲面が続く、点 C から点 D にかけて水平となっている。点 A, B はそれぞれ曲面の最下点 C より h_1, h_2 [m] の高さであり、CD 間の距離は a [m] である。

点 A で質量 m [kg] の小球を静かにはなした。小球は点 B と点 C を通過して点 D にある鉛直な壁に衝突してはねかえり、点 C と点 B を再び通過してある高さの最高点まで到達した。この間、小球は台から離れることなく点 A~D を含む鉛直な同一平面内のみを運動した。小球と台、および台と床の間には摩擦はないものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²]、点 D にある壁と小球の反発係数を e とする。また、求める小球と台の速さは、床に対する速さとする。

- (1) 小球が最初に点 B を通過するときの小球の速さ v_B [m/s] を g, h_1, h_2 を用いて表せ。
- (2) 小球が最初に点 C を通過するときの小球の速さ v_C [m/s] と台の速さ V_C [m/s] をそれぞれ g, h_1, M, m を用いて表せ。
- (3) 小球が点 C を通過してから点 D に到達するまでの時間 t [s] を g, h_1, M, m, a を用いて表せ。
- (4) 小球が点 D にある壁と衝突した直後の小球の速さ $v_{D'}$ [m/s] と台の速さ $V_{D'}$ [m/s] をそれぞれ g, h_1, M, m, e を用いて表せ。
- (5) 小球が曲面を上がり点 B をこえて最高点に達したときの、小球の点 C からの高さ h_3 [m] を g, h_1, M, m, e のうち必要なものを用いて表せ。



【大阪公立大】

図のようになめらかで水平な表面をもつ板が、地面に対して常に一定の速さ V で鉛直上向きに上昇している。時刻 $t=0$ に板の表面(上面)から 質量 m の小球を地面に対して速さ v_0 ($v_0 > 2V$) で鉛直上向きに投げ上げた。地面にいる観測者から見た、この小球の運動を考えよう。小球は最高点に達した後、落下した。この最高点を「1 度目の最高点」とよぶ。その後、小球は板と衝突し、真上にはねかえった。板と小球の間の反発係数を 1 とする。鉛直上向きに地面に固定された z 軸をとり、時刻 $t=0$ の板の表面(上面)の位置を原点 O とする。重力加速度の大きさを g とし、次の問いに答えよ。空気抵抗の影響はないものとする。

- (1) 1 度目の最高点の座標 z_1 を求めよ。
- (2) 小球が板に衝突したときの、板の表面の座標 h_1 を求めよ。
- (3) 衝突直後の小球の地面に対する速度 v_1 を求めよ。

衝突後、小球は再び上昇し、最高点に達した後、落下した。この最高点を「2 度目の最高点」とよぶ。その後、小球は板と 2 度目の衝突をした。

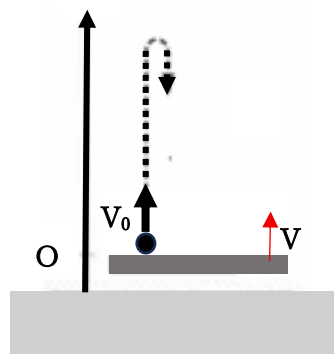
- (4) 2 度目の最高点の座標 z_2 を v_0, V, g を用いて表せ。
- (5) 2 度目の衝突をしたときの、板の表面の座標 h_2 を v_0, V, g を用いて表せ。

小球は板との衝突をくり返しながら上昇する。以降 n を自然数として、 n 度目の衝突と $(n+1)$ 度目の衝突の間に小球が到達した最高点を「 $(n+1)$ 度目の最高点」とする。

- (6) n 度目の最高点の座標 z_n を n, v_0, V, g を用いて表せ。

次に、同じ質量の別の小球を用いて再度、投げ上げの実験を行った。この小球と板の間の反発係数を e ($0 < e < 1$) とする。 $V_0 = 5V$ で投げ上げたところ、小球は 1 度目の最高点に達した後に落下し、板と衝突し、真上にはねかえって 2 度目の最高点に達した後、落下した。このとき度目の最高点と 2 度目の最高点の高さが同じであった。

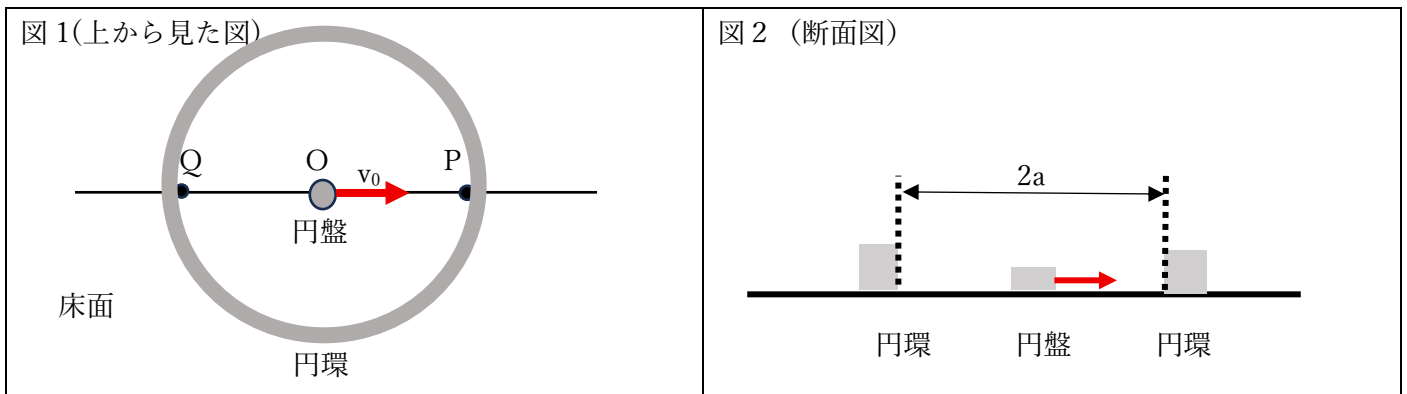
- (7) 1 度目の衝突直後の小球の地面に対する速度 v_1' を e, V を用いて表せ。
- (8) 反発係数 e を求めよ。



【浜松医大】

図1および図2に示すように、水平な床面に質量 M 、内径 $2a$ の一様な円環(短い円筒状の輪)が静置されている。円環の中心を点とする。また、点 O の位置の床には質量 m の小さな円盤がある。なお、円環の内面および外面は、円環の上面、下面および床面に垂直である。ここで、円盤を点 O から図の矢印の方向に初速度 v_0 で運動させたところ、円盤は、円環の内壁の点 P に衝突し、次に円環の内壁の点 Q に衝突した。円盤は、その後も点 P および点 Q で衝突をくり返した。円盤が円環と衝突する際の反発係数を e ($0 < e < 1$) とし、図の右向き(点 O から点 P への向き)を正として次の問いに答えよ。ただし、空気抵抗や床面での摩擦はなく、円盤の大きさは無視できるものとする。

- (1) 円盤が点 P に最初に衝突した後、点 Q に最初に衝突するまでの間の円盤の速度 v_1 と、円環の速度 V_1 を、 a, e, m, M, v_0 のうち必要なものを用いて記せ。
- (2) 円盤が点 O の位置の床を出発し、円環の点 P との最初の衝突を経て、円環の点 Q に最初に衝突するまでの時間を、 a, e, m, M, v_0 のうち必要なものを用いて記せ。
- (3) 円盤と円環の最初の衝突を1回目の衝突とし、 n 回目の衝突直後の円盤の速度を v_n 、円環の速度を V_n とする。 $v_n - V_n$ を、 a, e, m, M, n, v_0 のうち必要なものを用いて記せ。
- (4) 円盤と円環が多数回の衝突をくり返すと、円環の速度がある値に近づいていく。この値($\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$) を、 a, e, m, M, v_0 のうち必要なものを用いて記せ。
- (5) 円盤が点 O の位置の床を出発してから最初に点 P に衝突する前までの円盤と円環の運動エネルギーの和を K_0 とする。また、円盤と円環が多数回の衝突をくり返して十分に時間が経過した後の円盤と円環の運動エネルギーの和を K_F とする。これらの差 $\Delta K = K_0 - K_F$ を a, e, m, M, v_0 のうち必要なものを用いて記せ。
- (6) (5)で求めた ΔK は何を意味するか。60字以内で完結に記せ。



【東京大】

図のように、長さ ℓ で質量の無視できる棒によってつながれた、質量 M の物体 A と質量 m の物体 B の運動を考える。ただし $M > m$ とする。棒は物体 A および物体 B に対してなめらかに回転でき、棒が鉛直方向となす角を θ とする。初め、物体 A は水平な床の上で鉛直な壁に接していた。一方、物体 B は物体 A の真上 ($\theta = 0^\circ$) から初速度 0 で右側へ動き始めた。その後の運動について次の問いに答えよ。なお、重力加速度の大きさを g とし、物体 A と物体 B の大きさは考えなくてよい。また、棒と物体 A および物体 B との間にはたらく力は棒に平行である。

[A] まず、物体 A と床との間に摩擦がない場合について考える。

- (1) 物体 B が動きだしてからしばらくの間は、物体 A は壁に接したままであった。この間の物体 B の速さ v を、 θ を含んだ式で表せ。
- (2) (1) のとき、棒から物体 B にはたらく力 F を、 θ を含んだ式で表せ。棒が物体 B を押す向きを正とする。
- (3) $\theta = \alpha$ において、物体 A が壁から離れて床の上をすべり始めた。 $\cos \alpha$ を求めよ。
- (4) $\theta = \alpha$ における物体 B の運動量の水平成分 P を求めよ。
- (5) 物体 B が物体 A の真横 ($\theta = 90^\circ$) にきたときの、物体 A の速さ V を求めよ。 P を含んだ式で表してもよい。
- (6) $\theta = 90^\circ$ に達した直後に、物体 B が床と完全弾性衝突した。その後、物体 B がいちばん高く上がったとき $\theta = \beta$ であった。 $\cos \beta$ を求めよ。 P を含んだ式で表してもよい。

[B] 次に、物体 A と床との間に摩擦がある場合について考える。今度は、 $\theta = 60^\circ$ において、物体 A が壁から離れた。物体 A と床との間の静止摩擦係数 μ を求めよ。

