理系数学

数と式

【(1)日本工大・(2)福島大・(3)秋田大・(4)京都産大改】

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-6y^2-xy-3x-11y-4$

(2) $(x-3)(x-5)(x-7)(x-9)-9$

(3) $4x^4+7x^2+16$

(4) $x^4-x^3+6x^2+14x-20$

【(1)慶応大・(2)東京医大・(3)金沢工大】

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(2) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ の整数部分は $\boxed{}$ である。

(3) 等式 $\dfrac{x}{\dfrac{x}{1+\dfrac{1}{x}}-\dfrac{3}{1-\dfrac{4}{x}}}=\dfrac{x^2-{}^{ア}\boxed{}\,x-{}^{イ}\boxed{}}{x^2-{}^{ウ}\boxed{}\,x-{}^{エ}\boxed{}}$ が成り立つ。

【大阪工大】

a，b，c，d を実数とし，i を虚数単位とする。

等式 $(-1+3i)^2+5+a=(b+2)i$ が成り立つとき，$a=$ ${}^{ア}\boxed{}$ である。

また，$\dfrac{(3+2i)^2}{-1+2i}=c+di$ が成り立つとき，$d=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

【(1)関西学院大・(2)神奈川大】

(1)　等式 $\dfrac{3x^2-2x+4}{(x+1)(x-1)^2}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{B}{x-1}+\dfrac{C}{(x-1)^2}$ が x についての恒等式となるように定数 A，B，C の値を定める。

このとき，$A=$ ア$\boxed{}$，$B=$ イ$\boxed{}$，$C=$ ウ$\boxed{}$ である。

(2)　$x<0<y$ である x，y について，$\sqrt{x^2-2xy+y^2}+|2x-5y|=mx+ny$ が常に成り立つとき，m，n の値を求めよ。

【(1)摂南大改・(2)広島工大】

(1)　a，b，c，d は実数の定数とする。整式 $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ は x^2-1 で割ると $x+2$ 余り，x^2+1 で割ると $3x+4$ 余るという。

このとき $a=-$ ア $\boxed{}$，$b=-$ イ $\boxed{}$，$c=$ ウ $\boxed{}$，$d=$ エ $\boxed{}$ である。

(2)　整式 $x^{2019}+x^{2020}$ を整式 x^2+x+1 で割った余りを求めよ。

【(1)群馬大・(2)京都産大】

(1)　連立方程式 $\begin{cases} x^2-2y=8 \\ y^2-2x=8 \end{cases}$ を解け。

(2)　不等式 $|2x^2-x-3|<x+1$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

【北里大】

不等式 $\dfrac{2x+1}{5} \geqq \dfrac{5-x}{3}$ ……① の解は ア$\boxed{}$ である。不等式①　と不等式 $|x-3| \leqq 5$ をともに満たす実数 x の取りうる値の範囲は イ$\boxed{}$ である。また，不等式①と不等式 $3x-5 \leqq 2x-6+a$ をともに満たす整数 x がちょうど 4 個存在するような定数 a のとりうる値の範囲は ウ$\boxed{}$ である。

【(1)防衛医大改・(2)立命館大】

(1)　整式 $x^4+9x^2-4x+21$ は $(x^2+a)^2-(x+b)^2$ と表すことができるので，$(x^2+x+c)(x^2-dx+e)$ と因数分解できる。このとき，a，b，c，d，e の値を求めよ。

(2)　$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開すると ${}^{ア}\boxed{}$ になる。

この式を用いて $8x^3+27y^3+18xy-1$ を因数分解すると ${}^{イ}\boxed{}$ になる。

【埼玉大】

整式 $f(x)$ に対して，整式 $g(x)$ を $g(x)=f(x^2-2)$ により定める。

(1)　$f(x)=x-2$ のとき，$g(x)$ を求めよ。

(2)　a は実数とし，$f(x)=x-a$ とする。$g(x)$ が $f(x)$ で割り切れるような a の値を全て求めよ。

(3)　a，b は $a<b$ を満たす実数とし，$f(x)=(x-a)(x-b)$ とする。$g(x)$ が $f(x)$ で割り切れるような a，b の組をすべて求めよ。

【慶応大】

複素数 x が $x^4-2x^3+3x^2-2x+1=0$ を満たすとする。 $y=x+\dfrac{1}{x}$ とおくと y の満たす2次方程式は ${}^{ア}\boxed{}=0$ である。したがってもとの方程式の解を複素数の範囲ですべて求めると ${}^{イ}\boxed{}$ となる。

【九州大】

0 でない 2 つの整式 $f(x)$，$g(x)$ が，次の恒等式を満たすとする。

$$f(x^2)=(x^2+2)g(x)+7\,,\quad g(x^3)=x^4f(x)-3x^2g(x)-6x^2-2$$

(1)　$f(x)$ の次数と $g(x)$ の次数はともに 2 以下であることを示せ。

(2)　$f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

【信州大】

次の問いに答えよ。ただし，実数 x に対して，$[x]$ は x を超えない最大の整数を表すとする。

(1)　k は整数とする。$\left[\dfrac{x}{2}\right]=k$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。

(2)　$\left[\dfrac{x}{2}\right]=\left[\dfrac{x}{3}\right]=1$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。

(3)　$\left[\dfrac{x}{2}\right]=\left[\dfrac{x}{3}\right]$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。