文系数学

式と証明

【(1)松山大　(2)名城大】

(1)　$\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき、$\dfrac{a-b}{a+b}$ の値を求めよ。

(2)　$x=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$，　$y=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$ のとき、$xy=$ ア$\boxed{}$，　$x^2y+xy^2=$ イ$\boxed{}$ である。

【(1)名城大　(2)拓殖大】

(1)　1の3乗根のうち、虚数であるものの1つをωで表す。このとき、

$12-\omega-\omega^2=$ ア$\boxed{}$ であり、$\omega^7-\omega^6+\omega^5-\omega^4+\omega^3+\omega+3=$ イ$\boxed{}$ である。

(2)　実数 x, y, z について $\dfrac{x}{5(y+z)}=\dfrac{y}{5(z+x)}=\dfrac{z}{5(x+y)}$ が成立するとする。これらの式の値は、$x+y+z\neq 0$ のとき ア$\boxed{}$ となり、$x+y+z=0$ のとき イ$\boxed{}$ となる。

【関西大】

$\dfrac{a+b}{b-c}=\dfrac{b+c}{c-a}=\dfrac{c+a}{a-b}$ が成り立つとき、次の問いに答えよ。

(1)　$a+b+c=0$ を示せ。

(2)　$a\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)+b\left(\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}\right)+c\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ の値を求めよ。

【関西大】

a , b , c を実数とするとき、次の不等式を証明せよ。また、等号が成立するための必要十分条件を述べよ。

(1)　$a^2+b^2+c^2 \geqq ab+bc+ca$

(2)　$a^4+b^4+c^4 \geqq abc(a+b+c)$

【成蹊大】

$x>0$, $y>0$ のとき、不等式 $\left(9x+\dfrac{1}{y}\right)\left(4y+\dfrac{1}{x}\right) \geqq k$ が常に成り立つような k の値の最大値は $^{ア}\boxed{}$ である。また、$k=$ $^{ア}\boxed{}$ のとき等号が成り立つのは、$xy=$ $^{イ}\boxed{}$ のときである。

【倉敷芸術科学大】

$0<a<b$， $a+b=1$ であるとき、4つの数 1， $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ， $\sqrt{b}-\sqrt{a}$ ， $\sqrt{b-a}$ の大小を比較せよ。

【甲南大】

$x^2+2x+\dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{x+2}+2$ は、 $x=$ ア$\boxed{}$ のとき、最小値 イ$\boxed{}$ をとる。
ただし、 $x>0$ とする。

【(1)島根県立大　(2)慶応大】

(1)　$\left(x^2-\dfrac{1}{2x^3}\right)^5$ の展開式における定数項を求めよ。

(2)　$(3x^2+x-2)^5$ の展開式における x^6 の係数を求めよ。

【大阪経大】

a, b, c, d は実数、 nは自然数、 iは虚数単位であるとする。以下の文について、空欄に最も適するものを下の選択肢から選び、番号で答えよ。

(1)　$a^2>b^2$ であることは、 $a>b$ であるための $\boxed{}$ 。

(2)　$|a|+|b|\leqq 1$ であることは、 $a^2+b^2\leqq 1$ であるための $\boxed{}$ 。

(3)　n^2 を7で割ると余りが1であることは、 n を7で割ると余りが1であるための $\boxed{}$ 。

(4)　$ab+1=a+b$ であることは、 a, b のうち少なくとも1つが1であるための $\boxed{}$ 。

(5)　$a+bi$ ， $c+di$ の和と積がもとに実数ででであることは、 $a=c$ または $b=-d$ であるための $\boxed{}$ 。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが、十分条件でない

②　十分条件であるが、必要条件でない

③　必要条件でも十分条件でもない

【福岡教育大】

a , b , c , x , y , z を実数とする。

⑴　$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geqq (ax+by+cz)^2$ が成り立つことを証明せよ。

⑵　$x+y+z=1$ のとき、$x^2+y^2+z^2$の最小値を求めよ。

【東北学院大】

$(x-2)^{50}$ の展開式における x^k の係数を a_k とするとき、 a_k を最大にする k と a_k を最小にする k の値をそれぞれ求めよ。

【鹿児島大】

(1)　m , n が自然数ならば、$\dfrac{m}{n} \neq \sqrt{2}$ である。このことを証明せよ。

(2)　p , q が自然数ならば、$\sqrt{2}$ は $\dfrac{p}{q}$ と $\dfrac{2q}{p}$ の間にある。すなわち $\dfrac{p}{q} < \sqrt{2} < \dfrac{2q}{p}$

または、$\dfrac{2q}{p} < \sqrt{2} < \dfrac{p}{q}$ が成り立つ。このことを証明せよ。

【関西大】

m を整数とするとき、次の問に答えよ。

(1)　2項係数の和 ${}_m\mathrm{C}_0+{}_m\mathrm{C}_1+{}_m\mathrm{C}_2+\ \cdots\cdots\ +{}_m\mathrm{C}_{m-1}+{}_m\mathrm{C}_m$ を求めよ。

(2)　m が素数であるとき、$1 \leqq k \leqq m-1$ を満たす整数 k に対して ${}_m\mathrm{C}_k$ は m の倍数であることを示せ。

(3)　m が素数であるとき、2^m-2 は m の倍数であることを示せ。