理系数学

図形の性質

【大分大】

直角三角形 ABC において $AB=5$， $BC=12$， $CA=13$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

(1)　線分 AD の長さを求めよ。

(2)　$\angle A$ の二等分線と $\triangle ABC$ の外接円の交点のうち，点 A と異なる点を E とする。線分 DE の長さを求めよ。

(3)　$\triangle ABC$ の外接円の中心を O とし，線分 BO と線分 AD の交点を P とする。$AP:PD$ を求めよ。

(4)　$\triangle ABC$ の内接円の中心を I とする。 $AI:ID$ を求めよ。

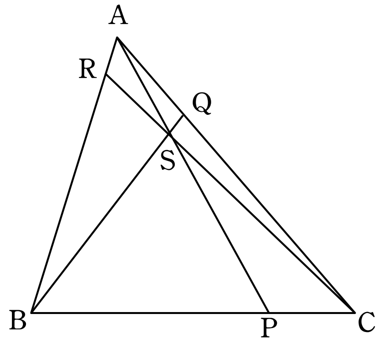
【名城大】

$a>0$ とするとき，3辺の長さが a，a^2，a^3 となる三角形が存在するのは，

$^{ア}\boxed{} < a < {}^{イ}\boxed{}$ のときである。

【摂南大】

図のように，三角形 ABC の辺 BC を 3 : 1 に内分する点を P，辺 CA を 5 : 2 に内分する点を Q，直線 AP と直線 BQ の交点を S，直線 CS と辺 AB の交点を R とする。このとき，$\dfrac{AR}{BR}=\dfrac{\text{ア}\boxed{}}{\text{イ}\boxed{}}$，$\dfrac{CS}{RS}=\dfrac{\text{ウ}\boxed{}}{\text{エ}\boxed{}}$ である。三角形 ASC の面積は，三角形 ABC の面積の $\dfrac{\text{オ}\boxed{}}{\text{カ}\boxed{}}$ 倍である。



【高知大】

正五角形 ABCDE の対角線 AC と BD の交点を F とする。

(1)　点 B と点 C を通る直線は △ABF の外接円に接することを証明せよ。

(2)　△ABF は二等辺三角形であることを証明せよ。

(3)　$AF^2 = AC \cdot CF$ を証明せよ。

【大阪経大】

(1)　正八面体の面の数は $^{ア}\boxed{}$ である。正八面体の 1 つの面の頂点の数は $^{イ}\boxed{}$， 1 つの頂点に集まる面の数は $^{ウ}\boxed{}$ であるので，正八面体の頂点の数は $^{エ}\boxed{}$ である。また，正八面体の 1 つの面の辺の数は $^{オ}\boxed{}$， 1 つの辺に集まる面の数は $^{カ}\boxed{}$ であるので，正八面体の辺の数は $^{キ}\boxed{}$ である。

(2)　凸多面体の頂点，辺，面の数を，それぞれ v， e， f とすると $v-e+f=^{ク}\boxed{}$ が成り立つことが知られている。

(3)　12 個の正五角形の面と 20 個の正六角形の面からなる凸多面体があり，どの頂点にも 1 個の正五角形と 2 個の正六角形が集まっている。この多面体の頂点の数は $^{ケ}\boxed{}$ であり，辺の数は $^{コ}\boxed{}$ である。

(4)　各面が正三角形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{サ}\boxed{}$ か $^{シ}\boxed{}$ か $^{ス}\boxed{}$ である。各面が正方形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{セ}\boxed{}$ である。各面が正五角形である正多面体が存在すれば，その面の数は $^{ソ}\boxed{}$ である。ただし，$^{サ}\boxed{}$， $^{シ}\boxed{}$， $^{ス}\boxed{}$ の解答の順序は問わない。

【岡山理科大】

2 点 A， B で交わる 2 つの円 O， O’ がある。点 A における円 O の接線をℓ，点 A における円 O’ の接線を ℓ’ とする。ℓ’ と円 O の交点のうち A と異なるものを C， ℓ と円 O’ の交点のうち A と異なるものを D とする。

(1)　△ABC と △DBA が相似であることを証明せよ。

(2)　3 点 B， C， D が同一直線上にあるとき，弦 AC は円 O の中心を通ることを証明せよ。

(3)　3 点 B， C， D が同一直線上にあり，円 O の中心と点 B を通る直線が点 E で ℓ と交わるとき， $\left(\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AD}}\right)^2=\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{DE}}$ が成り立つことを証明せよ。

【京都大】

四面体 OABC が次の条件を満たすならば，それは正四面体であることを示せ。

条件：頂点 A， B， C からそれぞれの対面を含む平面へ下ろした垂線は対面の外心を通る。

ただし，四面体のある頂点の対面とは，その頂点を除く他の 3 つの頂点がなす三角形のことをいう。